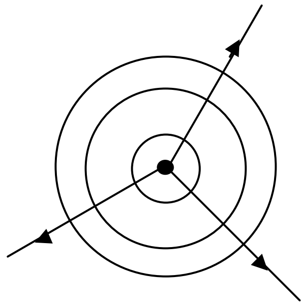
LES ONDES

Ce polycopié reprend toutes les notions sur les ondes au programme des IPho 2016. Les notions déjà abordées dans le cours de TS n'ont pas été développées.

1. Notions du cours de terminale S au programme des IPho

Les notions vues dans le programme de TS doivent être maîtrisées. Entre autres :

- ondes longitudinales et transversales ;
- retard de vibration d'un point par rapport à un autre : $\tau = \frac{d}{v}$ où v est la célérité de l'onde et d la distance séparant les deux points ;
- longueur d'onde d'une onde périodique : $\lambda = v.T = v / f$
- **un front d'onde** est une ligne (sur les croquis) ou une surface qui relie l'ensemble des points atteints par l'onde à une date t ;
- **un rayon d'onde** est orthogonal aux fronts d'onde ; dans le cas de la lumière, c'est un rayon lumineux ;



onde circulaire : les fronts d'onde sont des cercles concentriques ; les rayons d'onde sont des demi-droites dont l'origine est le centre des cercles

- distance séparant deux points vibrant en phase sur une corde ou sur un même rayon d'onde : $d = k.\lambda$ où **k est un entier**
- distance séparant deux point vibrant en opposition de phase sur une corde ou sur un même rayon d'onde : $d = (k + ½).\lambda$ où **k est un entier**
- hauteur et timbre d'un son

Interférences de deux ondes de même nature :

- nécessité d'avoir deux ondes cohérentes, c'est-à-dire de même fréquence et dont la différence de phase est constante dans le temps ;
- les interférences sont **constructives** en un point (amplitude maximale en ce point) si la différence de marche $\delta = S_2M - S_1M$ entre les ondes provenant des sources S_1 et S_2 est multiple de la longueur d'onde : $\delta = S_2M - S_1M = k.\lambda$ (k entier)
- les interférences sont **destructives** en un point (amplitude minimale en ce point) si la différence de marche δ entre les ondes provenant des sources S_1 et S_2 est $\delta = S_2M - S_1M = (k + ½).\lambda$ (k entier)
- **interfrange** $i = \frac{\lambda.D}{a}$; D est la distance du plan des fentes à l'écran ; a est la distance entre les centres des fentes

Diffraction par une fente :

La demi-largeur angulaire θ de la tache centrale de diffraction est $\theta \approx \frac{\lambda}{a}$; **θ est en radian** ; λ et a sont dans la même unité.

Effet Doppler :

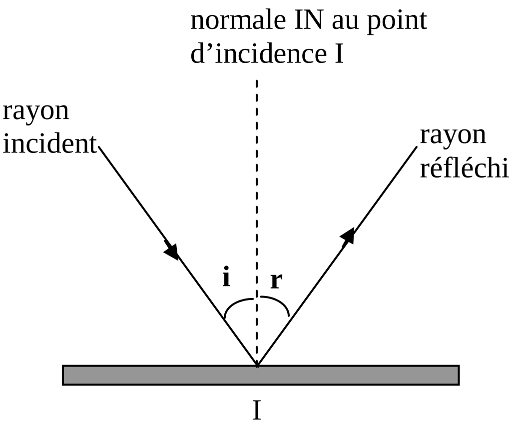
$$\Delta f = |f_R - f_E| = f_E . \frac{v}{c}$$

Si la source s'approche du récepteur : $f_R > f_E$
Si la source s'éloigne du récepteur : $f_R < f_E$

2. Lois de Snell-Descartes

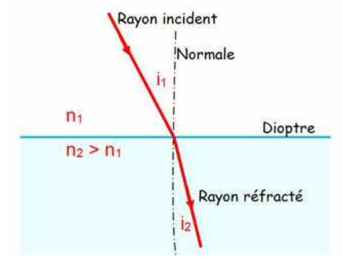
Ces lois sont valables en optique et aussi pour les ondes à la surface de l'eau en utilisant les rayons d'onde.

Pour la réflexion : i = r

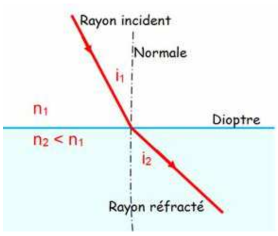


Pour la réfraction : n_1. sin i_1 = n_2. sin i_2 où n_1 et n_2 sont les indices de réfraction des milieux transparents dans lesquels passe le rayon lumineux.

Si $n_2 > n_1$: $i_2 < i_1$ et on a la figure ci-contre :
On dit couramment que le rayon réfracté « se rapproche » de la normale.



Si $n_2 < n_1$: $i_2 > i_1$ et on a la figure ci-dessous :
On dit couramment que le rayon réfracté « s'éloigne » de la normale.



Dans ce second cas, le rayon réfracté n'existe pas toujours : il n'existe pas si l'angle d'incidence i_1 est trop grand.
Il ne faut pas oublier qu'une réfraction s'accompagne toujours d'une réflexion ; la proportion de lumière réfléchie et de lumière réfractée dépend de l'angle d'incidence.
Que devient le rayon incident si l'angle d'incidence est trop grand pour qu'une réfraction ait lieu (dans ce cas, le calcul donne sin i_2 supérieur à 1 !!!) ? Le rayon incident est entièrement réfléchi, c'est le phénomène de **réflexion totale mis à profit dans les fibres optiques**.

3. Corde vibrante

3.1. Célérité d'une onde

La célérité v dépend de la tension de la corde, c'est-à-dire de la valeur F de la force avec laquelle on tire dessus ; elle dépend aussi de la masse linéique μ de cette corde ; c'est la masse d'une mètre de cette corde (en $kg.m^{-1}$).

La célérité v peut s'écrire : $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

Travail : vérifier l'homogénéité de cette relation

3.2. Elongation d'un point de la corde

L'extrémité S d'une corde est animée d'un mouvement de vibration sinusoïdale suivant l'équation :

$\mathbf{y_S(t) = a.\sin(\omega.t)}$ où ω est la pulsation en $rad.s^{-1}$; ω est lié à la fréquence f de la vibration par la relation $\omega = 2.\pi.f$

Un point M de la corde situé à la distance x de S est atteint par l'onde avec un retard $\tau = \frac{x}{v}$; on néglige l'amortissement de l'onde le long de la corde. Ce point M aura, à la date t, la même élongation qu'avait la source S à la date $t - \tau = t - \frac{x}{v}$.

L'équation du mouvement du point M est donc : $y_M(t) = a.\sin[\omega.(t - \frac{x}{v})]$ ou $\mathbf{y_M(t) = a.\sin(\omega.t - k.x)}$ en posant $k = \omega / v$.

3.3. Onde réfléchie

Quand l'onde arrive à l'extrémité fixe d'une corde, elle peut se réfléchir et se propager dans le sens inverse de l'onde incidente. On observe expérimentalement que cette réflexion s'accompagne d'un changement de signe de l'élongation.
Pour écrire l'équation du mouvement d'un point M de la corde qui serait atteint par cette seule onde réfléchie, le changement du sens de propagation se traduit par un changement de signe devant le terme « k.x » car la vitesse v devient – v (donc k devient –k).
On obtiendrait alors, toujours en négligeant l'amortissement : $y_M(t) = -a.\sin(\omega.t + k.x)$

3.4. Ondes stationnaires

Quelle serait l'élongation du point M atteint par la superposition d'une onde se propageant de S vers M et d'une onde réfléchie ?

$y_M(t) = a.\sin(\omega.t - k.x) - a.\sin(\omega.t + k.x)$

Rappel de maths : $\sin a - \sin b = 2.\sin(\frac{a-b}{2}).\cos(\frac{a+b}{2})$

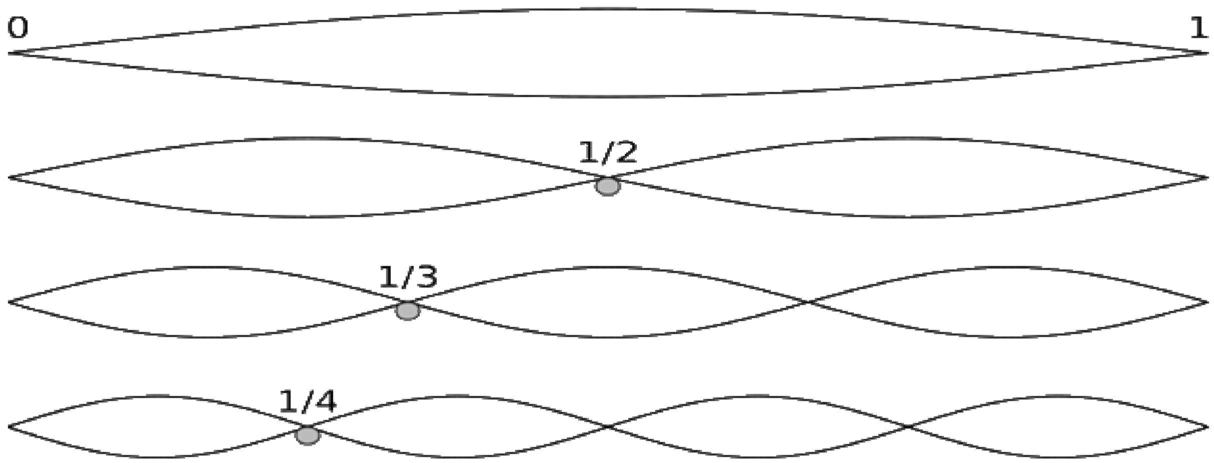
Retour à la physique :
En tenant compte de l'égalité écrite ci-dessus, l'élongation du point M se met sous la forme :

$y_M(t) = -2a.\sin(k.x).\cos(\omega.t)$

Qu'impose cette équation ? Le point M est animé d'une vibration sinusoïdale dont l'amplitude dépend de sa position sur la corde. On a obtenu une onde stationnaire car le phénomène de propagation a disparu.

En pratique, de nombreuses réflexions se produisent aux deux extrémités fixes de la corde et on peut observer un aspect assez confus de la corde. **Voir manipulation**

Pour certaines valeurs de la tension de la corde, donc certaines valeurs de la célérité, on peut observer un ou plusieurs « fuseaux » nettement visibles (grande largeur des « ventres »). On dit alors que la corde est en **résonance ;** *voir croquis ci-dessous d'après Wikipedia*



Voir manipulation

On peut observer un système d'ondes stationnaires avec un, deux, … n fuseaux.

Condition de visibilité de la résonance (nombre entier de fuseaux) :
Soit L la longueur de la corde et n le nombre de fuseaux observés.

La longueur de la corde est multiple de la demi-longueur d'onde : $L = n.\dfrac{\lambda}{2}$

Or $\lambda = v.T = v / f$ et $v = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$

On peut obtenir différentes expressions comme :

$$L = \frac{n.v}{2.f} = \frac{n}{2.f}.\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

ou une relation donnant les fréquences f pour lesquelles on observe des ondes stationnaires : $f = \dfrac{n}{2.L}.\sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$

On peut remarquer que si la tension F augmente, le nombre n de fuseaux visibles augmente, la fréquence f du vibreur restant constante.

4. Facteurs pouvant influer sur la célérité

4.1. Ondes sonores dans les gaz

La célérité v dépend de la masse atomique molaire M du gaz, du nombre d'atomes dans la molécule du gaz par un facteur nommé γ et de la température absolue T :

$$v = \sqrt{\frac{\gamma.R.T}{M}}$$

γ est non dimensionné et vaut 1,4 pour les gaz diatomiques ; c'est une propriété thermodynamique des gaz.
Travail : vérifier l'homogénéité de cette relation connaissant l'équation d'état des gaz parfaits **pV = nRT**

Autre expression de la célérité
En utilisant l'équation d'état des gaz parfaits, on montre aisément que la célérité peut aussi s'exprimer en fonction de la pression p et de la masse volumique du gaz dans les conditions de température et de pression dans lesquelles on se place : $v = \sqrt{\dfrac{\gamma.p}{\rho}}$

4.2. Ondes sonores dans les solides

La célérité dépend du coefficient d'élasticité K du matériau et de sa masse volumique ρ :

$v = \sqrt{\dfrac{K}{\rho}}$ (K est différent pour les ondes longitudinales et transversales ; cf séismes en SVT)

Travail : montrer que le coefficient d'élasticité K s'exprime en pascals (penser à la loi de Bernoulli qui est exigible !)

4.3. Ondes de gravité en eau peu profonde (houle)

Il s'agit des ondes à la surface de l'eau lorsque la seule force qui intervient après que l'eau ait subi une perturbation est le poids ; la perturbation peut être due au vent sur la surface de la mer.
Les forces de viscosité et de tension superficielle sont négligeables.

L'expression de la célérité est : $v = \sqrt{g.h}$

Il est facile de voir que cette expression est homogène.

Dans tous ces exemples, **la célérité ne dépend pas de la fréquence** ; il s'agit de **milieux non dispersifs**. La forme d'une onde complexe n'est pas modifiée au cours de la propagation.
Il existe d'autres cas où la célérité dépend de la fréquence ; il s'agit de milieux dispersifs dont vous connaissez quelques exemples :

- prisme dispersif fait dans un verre dont l'indice dépend de la longueur d'onde dans le vide, donc de la fréquence et qui permet de faire des spectres lumineux ;
- petites rides à la surface de l'eau (caillou lancé dans une mare)

5. Battements

Que perçoit-on à l'oreille lorsqu'on entend simultanément deux sons de fréquence voisine ? **Manipulation**

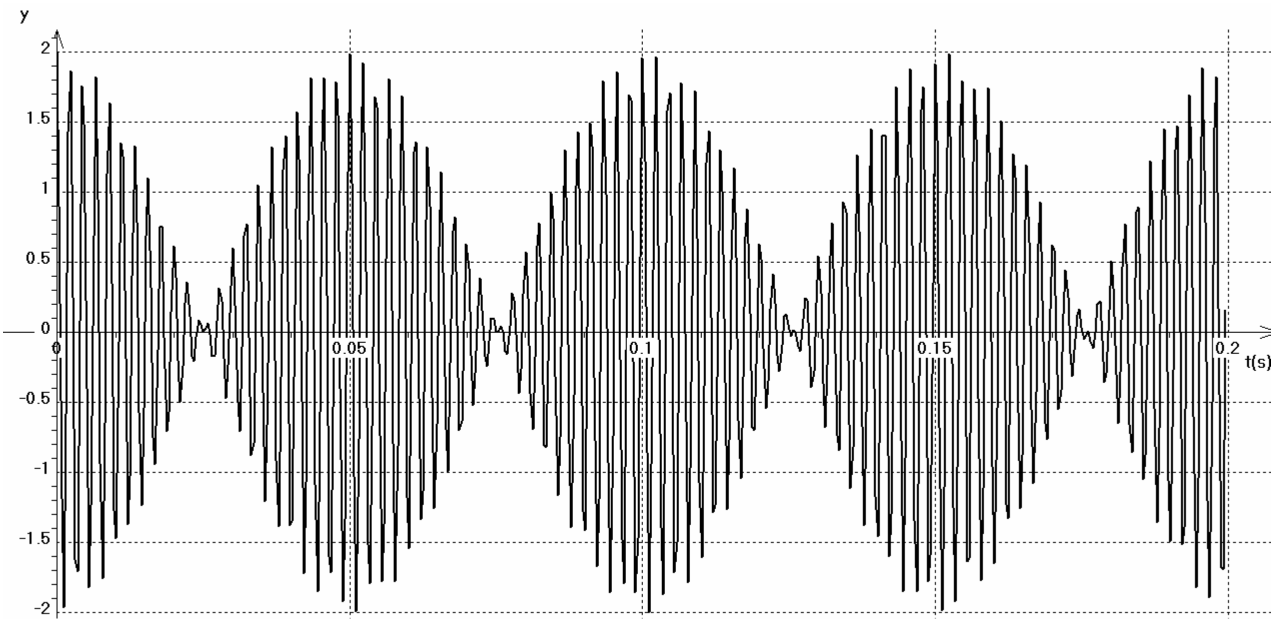
Deux ondes sonores de fréquences voisines f_1 et f_2 arrivent sur le même récepteur avec, pour simplifier, la même amplitude A et la même phase à l'origine ($\varphi = 0$ pour simplifier)
L'élongation d'un point du récepteur est : $y = A.\cos(\omega_1.t) + A.\cos(\omega_2.t)$

Rappel de maths : $\cos a + \cos b = 2.\cos\left(\frac{a+b}{2}\right).\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

Retour à la physique :
En tenant compte de l'égalité écrite ci-dessus, l'élongation du point M se met sous la forme :

$y = 2.A.\cos\left[\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right).t\right].\cos\left[\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\right).t\right]$

La courbe correspondante vue sur un oscilloscope est de la forme suivante :



(Courbe tracée sur Regressi pour deux fréquences de 440 Hz et 460 Hz)

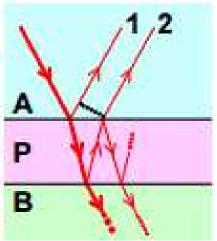
Le son de fréquence $\frac{f_1+f_2}{2}$ est de « haute » fréquence et est entendu comme un bruit de fond. Par contre, le son de fréquence $\left|\frac{f_1-f_2}{2}\right|$ est de plus basse fréquence et est très bien perçu.

En pratique, notre oreille perçoit la fréquence $|f_1-f_2|$ car elle est sensible à l'intensité, proportionnelle au carré de l'élongation, de fréquence double de l'élongation.
(cf maths : $\cos(2x) = 2.\cos^2 x - 1$)

Ce phénomène est utilisé par les musiciens pour accorder leur instrument sur une fréquence de référence.

6. Interférences dans le cas d'un film mince

Lorsqu'une onde lumineuse arrive à l'interface d'un milieu différent, par exemple passe de l'air à une eau savonneuse ou une couche d'huile, il se produit un phénomène de réflexion et de transmission.
Puisque l'onde réfléchie et l'onde transmise proviennent de la même onde d'origine, on peut affirmer que l'onde réfléchie et l'onde transmise sont en phase.
Voici une représentation de la situation (schéma ci-contre).
Onde 1 : Onde réfléchie sur la surface AP et demeure dans le milieu A.
Onde 2 : Onde transmise dans le milieu P, réfléchie sur la surface PB et transmise vers le milieu A.
Les ondes 1 et 2 sont cohérentes si l'épaisseur du film n'est pas trop grande ; elles peuvent alors interférer.



Soit n l'indice du milieu P (eau savonneuse par exemple) et 1 l'indice du milieu A (air).
Soit e l'épaisseur du milieu P.
La distance géométrique supplémentaire parcourue par le rayon 2, sous incidence quasiment normale (rayon perpendiculaire à la surface de séparation des deux milieux) est : $d = 2.e$

Cela introduit un retard du rayon 2 par rapport au rayon 1 : $\tau = \frac{d}{v}$ avec $v = \frac{c}{n}$ (définition de l'indice n)

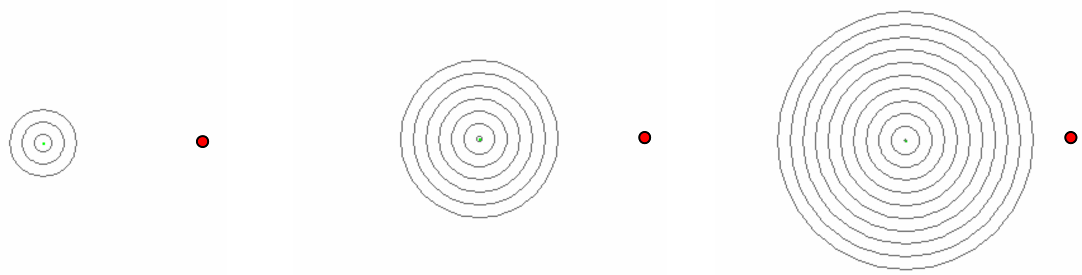
D'où $\tau = \frac{d.n}{c}$, ce qui correspond à une distance parcourue dans l'air d'indice 1, ou différence de marche entre les rayons 1 et 2, qui est $\delta = c.\tau = d.n$.
On en déduit : $\boldsymbol{\delta = 2.n.e}$

On peut alors chercher, en supposant le milieu P non dispersif, c'est-à-dire n constant, les longueurs d'onde dans le vide pour lesquelles il y aura interférences constructives (franges colorées) ou au contraire interférences destructives (extinction de certaines couleurs).
Pour les franges colorées : $\delta = k.\lambda$ avec k entier ; d'où les irisations résultant de la superposition des couleurs correspondant à des interférences constructives, comme celles que l'on voit sur une bulle d'eau savonneuse.

7. Cône de Mach

Tout le monde a entendu parler du passage du mur du son – ou des avions supersoniques.
Si une source sonore est immobile par rapport au récepteur, les fronts d'onde à des dates croissantes sont des sphères centrées sur la source.
Voir croquis ci-dessous :

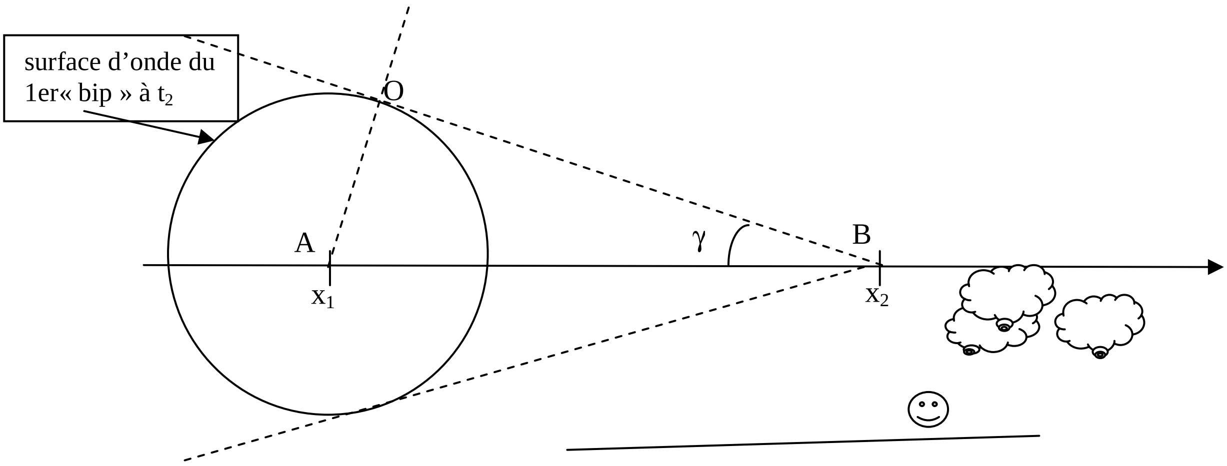
t_1 $\quad$ $t_2 > t_1$ $\quad$ $t_3 > t_2$



Le récepteur (point rouge à droite) reçoit une onde de même fréquence car il est lui-même immobile. Tous les points de l'espace autour de la source reçoivent l'onde si aucun obstacle n'est interposé.

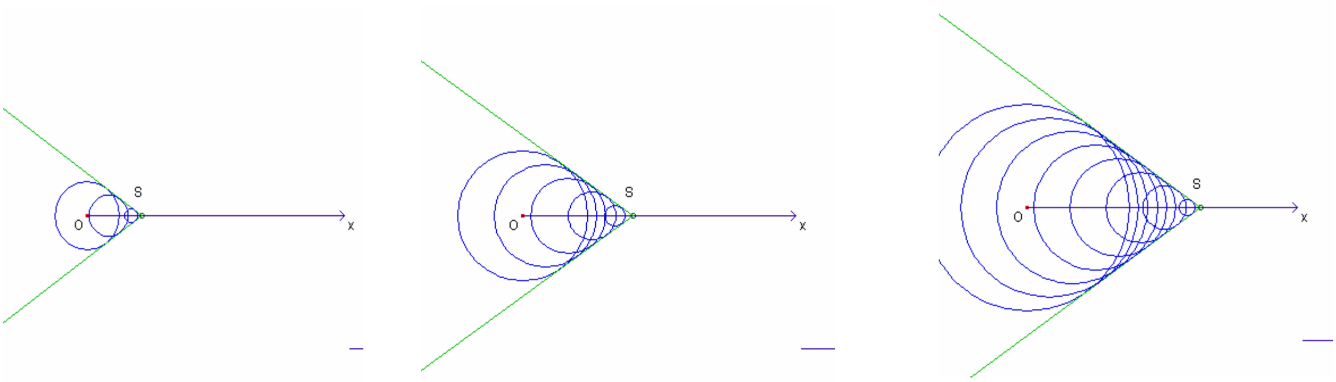
Qu'en est-il si une source sonore se déplace à une **vitesse v_S supérieure à la célérité c du son** dans les conditions de l'expérience ou de l'observation ?
A la date t_1, la source émet « un bip » alors qu'elle se trouve en x_1 sur l'axe ci-dessous ; à la date t_2 ultérieure à t_1, la source se trouve en x_2 et émet un second bip. La source a une vitesse v_S supérieure à celle des ondes (donc des bips) notée c.

Situation à la date t_2 :



L'onde s'est propagée d'une distance OA = c.($t_2 - t_1$) inférieure à la distance AB parcourue par la source. Seuls les récepteurs se trouvant dans un cône de sommet B et de demi-angle γ seront atteints par le son.

En reprenant un raisonnement similaire à plusieurs dates, on obtient les fronts d'onde :



Il y a apparition d'un cône de demi-angle au sommet γ dans lequel l'onde est perceptible.

Cherchons ce demi-angle en fonction des données : (OA) et (OB) étant perpendiculaires,

$\sin\gamma = OA / AB$ soit $\sin\gamma = \dfrac{c}{v_S}$

On peut remarquer que cet angle ne dépend que de la vitesse de la source et de celle du son.

Le passage de la situation subsonique à la situation supersonique se traduit pour un récepteur au sol (en général il s'agit d'avion passant le mur du son) par la réception d'un « bang » qui est une onde de choc : toute l'énergie initialement répartie autour de la source se trouve ensuite répartie dans le cône, appelé cône de Mach.

Quelques formules de trigonométrie à connaître :

$\cos(a + b) = \cos a \, . \cos b - \sin a. \sin b$

$\cos(a - b) = \cos a \, .\cos b + \sin a \, .\sin b$

$\sin(a + b) = \sin a \, . \cos b + \cos a \, . \sin b$

$\sin(a - b) = \sin a \, . \cos b - \cos a \, . \sin b$

$\cos a + \cos b = 2. \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) . \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

$\sin a + \sin b = 2. \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) . \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

$\sin a - \sin b = 2.\sin\left(\frac{a-b}{2}\right) . \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$

$\cos a - \cos b = -2. \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) . \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$